

# Konstrukcyjne metody zmniejszania drgań mechanicznych przekładni zębatych

W artykule omówiono zagadnienie konstrukcyjnego zmniejszenia drgań przekładni zębatych. Na podstawie przedstawionych w publikacji wyników badań przekładni zębatych stwierdzono korzystne właściwości vibracyjne uzębienia wysokiego charakteryzującego się całkowitą wartością wskaźnika zazębienia. Poprawa ta wynika ze zmniejszenia wahań wartości sztywności zazębienia, co jest jedną z głównych przyczyn drgań i hałasu przekładni. Ponadto stwierdzono, że najlepsze wyniki w zwalczaniu powstawania drgań przynosi łączne zastosowanie zwiększonego wskaźnika zazębienia i modyfikacji zarysu zębów.

## Constructional methods of reducing mechanical vibration in gears

This paper discusses some issues related to a constructional reduction of gear vibrations. The results of measurements of toothed gears showed that a high tooth profile with a total contact ratio has good properties. This improvement is caused by a reduction in the variations of tooth stiffness, one of the main sources of noise and vibration. Moreover, best noise reduction was achieved with a higher value of contact ratio and tooth profile modifications.



Fot. Lotus Head/Stock.XCHNG

## Wprowadzenie

Prezentowany artykuł stanowi kontynuację i poszerzenie tematyki przedstawionej w miesięczniku „Bezpieczeństwo Pracy”, dotyczącej metod zmniejszenia drgań i hałasu przekładni zębatych. W publikacji pt. „Metody zmniejszania hałasu przekładni zębatych – zmiana wskaźnika zazębienia” [1] omówiono wpływ zastosowania uzębienia wysokiego<sup>1</sup> na zmniejszenie poziomu mocy akustycznej emitowanej przez przekładnie zębate.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono wpływ cech geometrycznych uzębienia kół (w szczególności wskaźnika zazębienia i modyfikacji zarysu zęba) na drgania kół zębatych, które są najistotniejszym źródłem drgań przekładni, a także zmianę wartości przyspieszenia drgań korpusu w następstwie wprowadzonych zmian konstrukcyjnych uzębienia.

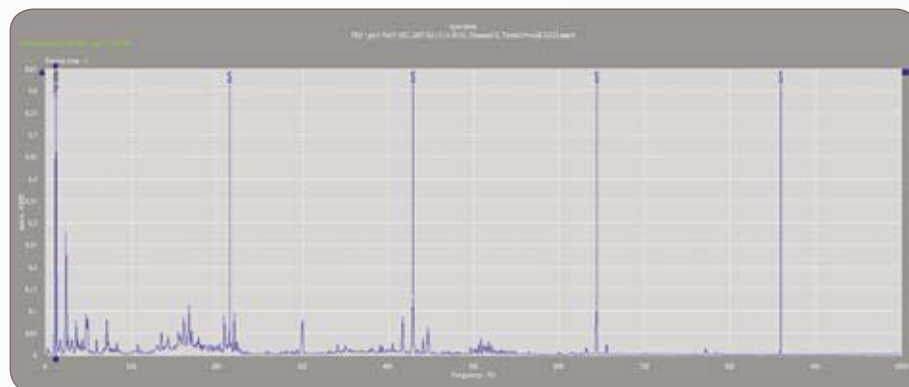
## Drgania przekładni zębatych i możliwości ich ograniczenia

W przypadku przekładni zębatych, stosowanych powszechnie w układach napędowych maszyn i pojazdów, głównym źródłem drgań i hałasu są koła zębate i łożyska [2]. Są to także elementy, które muszą charakteryzować się wysoką trwałością, dlatego też

do oceny ich stanu technicznego wykorzystuje się diagnostykę wibroakustyczną, która polega zazwyczaj na pomiarze prędkości drgań korpusu (pomiarzy odbywają się najczęściej w pobliżu osadzenia łożysk) i analizie częstotliwościowej sygnału drganiowego (w ramach niej wyznacza się m.in. widmo częstotliwościowe oraz widmo obwiedni sygnału).

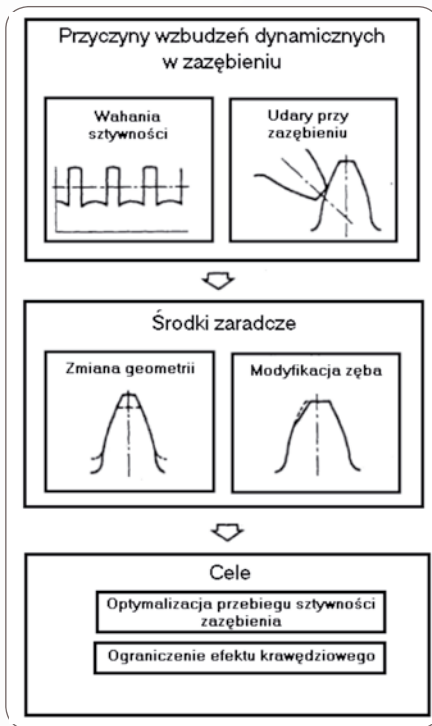
Przykładowe widmo częstotliwościowe drgań wału napędowego rzeczywistej przekładni zębatej przedstawia rysunek 1. Można zauważyć na nim dominujące częstotliwości, które są związane z prędkością obrotową oraz i częstotliwością zazębienia.

Przyczyny drgań przekładni zębatych [3] dzieli się na zewnętrzne, spowodowane najczęściej oddziaływaniem na przekładnię maszyny roboczej i silnika, oraz wewnętrzne. Działających na przekładnię zębate sił zewnętrznych nie jesteśmy w stanie uniknąć. Dzięki odpowiednio dobranym połączeniom członów napędzających i napędzanych z przekładnią możemy jedynie uzyskać ich pewne zmniejszenie. W przypadku drgań wywołanych przyczynami wewnętrznymi przekładni dysponujemy sposobami mogącymi znacząco obniżyć wartości wewnętrznych sił dynamicznych.



Rys. 1. Przykładowe widmo częstotliwościowe drgań wału napędowego rzeczywistej przekładni zębatej  
Fig. 1. A sample spectrum of shaft vibrations in a real gear set

<sup>1</sup> Uzębienie wysokie ma wartość czołowego wskaźnika zazębienia  $\epsilon_a = 2,0$ .



Rys. 2. Podstawowe przyczyny drgań przekładni zębatych oraz stosowane środki zaradcze

Fig. 2. Basic causes of gear vibrations and means of noise reduction

Rozróżnia się trzy podstawowe grupy przyczyn drgań przekładni:

- konstrukcyjne, do których należy zaliczyć prędkość obrotową, założone nominalne obciążenie przekładni zębatej, właściwości środka smarnego, sztywność łożysk, postać konstrukcyjną korpusu przekładni, częstotliwość ząbienia i drgania własne układu

- wykonawcze, do których należą: odchyłki podziałek, odchyłki kierunku linii zęba, modyfikacja zarysu i kierunku linii zęba, pasowanie łożysk i ich napięcie wstępne, dokładność montażu

- zakłócające ruch przekładni, do których zaliczamy zmianę sztywności ząbienia i tłumienia w ząbieniu na odcinku przyporu<sup>2</sup>, odkształcenie zębów spowodowane obciążeniem, niewyrównoważenie dynamiczne kół i wałów, wzbudzenia wywołane tarcieniem, zmiana warunków współpracy kół związana z zużyciem się powierzchni zębów.

Najistotniejszym źródłem drgań są: błędy (nie-dokładności) wykonawcze kół zębatych, wzbudzenia powstające przy wchodzeniu i wychodzeniu zębów w ząbienie oraz wahania sztywności ząbienia. W celu zmniejszenia oddziaływania wymienionych czynników stosuje się:

- poprawę dokładności wykonania kół zębatych
- wykonanie odpowiedniej modyfikacji kształtu zęba, co zmniejsza impulsy spowodowane ząbieniem
- zwiększenie wskaźnika ząbienia.

W sposób poglądowy podstawowe źródła drgań przekładni zębatych i sposoby ograniczania drgań przedstawia rysunek 2.

Obecne tendencje konstrukcyjnego zmniejszenia generowanych drgań przez ząbienia kół polegają na wprowadzeniu odpowiedniej modyfikacji podłużnej i poprzecznej zęba oraz zwiększeniu wskaźnika ząbienia przez zastosowanie zębów niestandardowych [4]. Wprowadzenie zmian kształtu zarysu zębów służy ograniczeniu „uderzeń” powstających przy ząbieniu się kół. W przypadku modyfikacji zarysu ząbienia, konieczny jest dobór odpowiedniej wartości tej modyfikacji – równej spodziewanym odkształceniom zębów oraz dostosowanej do obciążeń przenoszonych przez przekładnie zębate. W przypadku zmiennego obciążenia, jak to ma miejsce np. w przypadku przekładni górniczych, dobór optymalnej wartości modyfikacji zarysu jest trudniejszy.

Drugim sposobem minimalizacji drgań przekładni zębatych [5] jest zwiększenie wskaźnika ząbienia. Wskaźnik ten charakteryzuje najmniejszą i największą liczbę par zębów, znajdujących się jednocześnie w przyporze. Ze względu na stan wibroakustyczny przekładni dąży się, by wartość wskaźnika ząbienia była równa liczbie całkowitej większej niż jeden. W tym przypadku należy spodziewać się minimum sił dynamicznych oraz hałasu [5, 6]. O ile w przypadku zębów skośnych, uzyskanie zwiększonych wartości wskaźnika ząbienia jest stosunkowo łatwe (przez dobranie odpowiedniej wartości kąta pochylenia linii zęba), to w odniesieniu do kół z zębami prostymi realizacja tego kryterium jest trudniejsza.

Dotychczas szeroko stosowany zarys odniesienia [7] narzędzia obrabianego, określony w PN-92/M-88503, jest szczególnie użyteczny z uwagi na zmniejszenie ilości typów narzędzi koniecznych do produkcji kół zębatych. Jednak nie umożliwia uzyskania wartości czołowego wskaźnika ząbienia bliskich wartości 2,0. W stosowanych w rzeczywistych przekładniach zębatych kołach opartych na standardowym zarysie odniesienia ząbienia, wskaźnik ząbienia wynosi najczęściej 1,4÷1,5.

Zwiększenie wartości wskaźnika ząbienia możliwe jest przez dobranie odpowiednich wartości parametrów geometrycznych ząbienia. Parametrami wpływającymi na wartość wskaźnika ząbienia są: moduł zęba, liczba zębów, suma współczynników przesunięcia zarysu zęba, kąt przyporu oraz wysokość zębów. W przypadku zmiany dwóch ostatnich parametrów konieczne staje się zastosowanie narzędzi o niestandardowym zarysie ząbienia.

Najczęściej stosowanymi ząbieniami niestandardowymi umożliwiającymi uzyskanie zmniejszenia emisji zakłóceń wibroakustycznych, czyli drgań i hałasu, są ząbienia wysokie. Pod pojęciem tym rozumie się ząbienie o wysokości zębów większej niż w profilu odniesienia określonym w PN-92/M-88503. Definicja ta odnosi się zarówno do zębów prostych, które określane są jako ząbienie wysokie proste, jak też do zębów o zębach skośnych – czyli zębów wysokich skośnych. W literaturze anglojęzycznej tego typu ząbienie określa się – o ile dojdzie do uzyskania wartości czołowego wskaźnika ząbienia większego od 2,0 – skrótem HCRG (od słów *High Contact Ratio Gear*).

Przyczyną stosowania całkowitych wartości wskaźnika ząbienia jest przebieg wypadkowej sztywności ząbienia. W zależności od wskaźnika ząbienia, charakter tego przebiegu jest zróżnicowany, co stanowi jedną z podstawowych przyczyn powstawania wzbudzeń dynamicznych podczas pracy przekładni [8]. W przypadku całkowitych wartości wskaźnika ząbienia, wynoszącego ok. 2,0, przebieg wartości wypadkowej sztywności ząbienia cechuje się niewielkimi wahaniami.

Wymienione sposoby zmniejszenia generowania drgań przez przekładnie zębate mają szczególne uzasadnienie przy ich jednoczesnym zastosowaniu [2]. W wielu przypadkach możliwość zastosowania modyfikacji wymaga zastosowania wysokiego ząbienia, w przeciwnym przypadku istnieje możliwość znacznego zmniejszenia wartości wskaźnika.

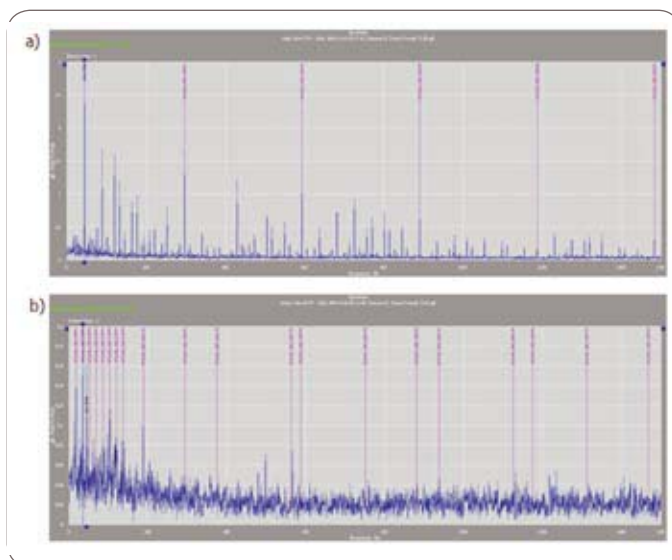
W tym miejscu należy jednak dodać, że stan wibroakustyczny przekładni nie zależy tylko od



Fot. Rodolfo Clix/Stock.XCHNG

<sup>2</sup> Odcinek przyporu – punkt styku zębów w czasie obrotu.





Rys. 3. Widmo obwiedni przyspieszenia drgań przekładni w miejscu zamocowania łożyska NU 204E SKF dla: a) uszkodzonego pierścienia wewnętrznego łożyska, b) dla łożyska nieuszkodzonego

Fig. 3. The spectrum of the acceleration envelope of gear vibration where an NU 204E SKF bearing is attached for: a) a damaged inner ring of a bearing, b) an undamaged bearing

cech konstrukcyjnych uzębień. W przypadku rozpatrywania przekładni zębatej zakłada się, że jej stan techniczny jest dobry i powstające drgania mechaniczne wynikają ze zjawisk powstających w czasie współpracy par kół zębatych. Wraz z pogorszeniem się stanu technicznego kół zębatych i łożysk, należy jednak oczekiwać wzrostu drgań przekładni. Na rysunku 3. przedstawiono przykładowe widma obwiedni sygnału zmierzonego na obudowie uszkodzonego i nieuszkodzonego łożyska. Jak można łatwo zauważyć, uszkodzenie pierścienia wewnętrznego łożyska spowodowało wzrost wartości częstotliwości związanych z pracą łożysk i należy sądzić, że wpłynęło to na wartość drgań całej przekładni.

### Metody badań wibroakustycznych przekładni zębatych

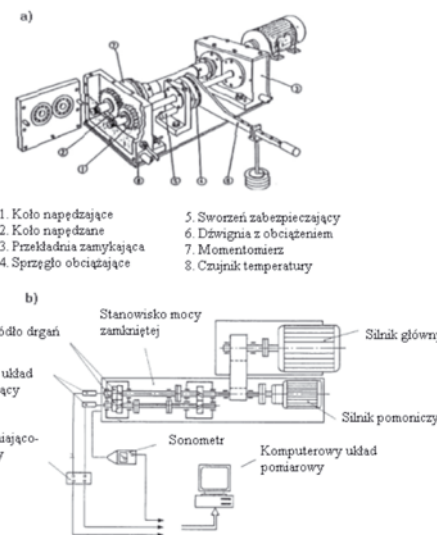
Badania wibroakustyczne przekładni zębatych są obecnie przedmiotem wielu prac naukowych. Analiza procesów dynamicznych zachodzących w przekładniach zębatych, oparta jest na wynikach badań teoretycznych i doświadczalnych. Opis matematyczny procesów dynamicznych zachodzących w czasie zazębienia się kół przekładni zębatej, z uwagi na złożoność układu, nie jest prostym zadaniem. Układ napędowy z przekładnią zębatą jest układem nieliniowym, a drgania mają charakter parametryczny [9]. Wynika to z możliwości utraty kontaktu między współpracującymi zębami (luz międzyzębny), nieliniowej zmiany sztywności jednej pary zębów w funkcji położenia punktu styku na odcinku przyporu, skokowej zmiany sztywności zazębienia wskutek zmiany liczby par zębów będących w przyporze.

Równolegle do badań na modelu zjawisk zachodzących w przekładniach zębatych prowadzi się badania doświadczalne. Badania te przeprowadza się najczęściej na stanowiskach [10] pracujących w układzie mocy zamkniętej (krążącej). Na rysunku 4a przedstawiono, typowe stanowisko mocy zamkniętej, natomiast na rysunku 4b przedstawiono to stanowisko badawcze wraz z układami do pomiaru przyspieszeń drgań i hałasu (rys. 4.).

Do badań drgań kół zębatych najczęściej stosuje się dwie metody [11]. Pierwsza z nich polega na pomiarze odształceń zębów za pomocą tensometrów, natomiast w drugiej mierzy się przyspieszenie drgań skrętnych używając do tego celu przetworniki piezoelektryczne (w opisywanych badaniach zastosowano drugą metodę). W przypadku obu metod konieczne jest przekazanie, z jednego lub kilku czujników zamocowanych do wirującego koła, sygnału napięciowego, którego źródłem są odształcenia lub drgania koła, do aparatury pomiarowej. W tym celu stosowane są różne układy przekazujące.

W przypadku metody polegającej na pomiarze przyspieszenia drgań skrętnych, na ogół stosuje się w układach pomiarowych dwa lub więcej czujników piezoelektrycznych odpowiednio usytuowanych względem siebie, co pozwala zminimalizować wpływ drgań poprzecznych na wyniki pomiaru.

W celu oceny stanu wibracyjnego maszyn mierzy się najczęściej w trzech kierunkach prędkość drgań korpusu przekładni. Pomiar odbywa się za pomocą mierników ręcznych lub czujników przymocowanych do korpusu. W ostatnich latach zostały opracowane laserowe układy pomiarowe, które w sposób bezdotykowy umożliwiają określenie wartości drgań.



Rys. 4. Stanowisko mocy zamkniętej: a) schemat urządzenia, b) stanowisko badawcze wraz z układami do pomiaru przyspieszeń drgań i hałasu

Fig. 4. A test stand with a closed loop power system: a) a schema of the device, b) a test stand with a system for measuring noise and vibration

### Wyniki badań eksperymentalnych

Badania eksperymentalne mające na celu określenie wpływu rodzaju uzębienia kół zębatych na drgania przekładni, przeprowadzono na stanowisku badawczym, wyposażonym w układ mocy zamkniętej [12].

Stanowisko tworzyły: układ mechaniczny składający się z dwóch par kół zębatych sprzężonych w tzw. układ mocy zamkniętej, układ ślizgowy do przekazywania sygnału pomiarowego, układ pomiarowy do wyznaczania częstotliwości zazębienia oraz aparatura pomiarowo-rejestrująca.

Zasadnicze badania, mające na celu określenie możliwości ograniczenia wpływu głównego źródła drgań, to jest kół zębatych, były wykonywane za pomocą czujników umieszczonych na tarczy koła zębatego, natomiast drgania samej przekładni mierzone za pomocą czujników zamocowanych do jej korpusu.

Jako miarę obciążenia badanych kół zębatych przyjęto nominalny wskaźnik jednostkowy  $Q$  [9] zdefiniowany zależnością:

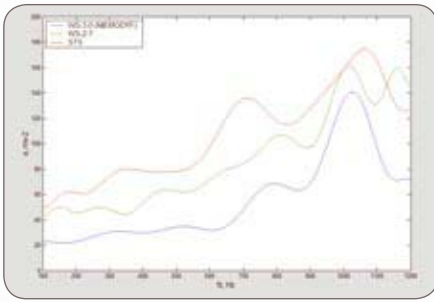
$$Q = \frac{2 \cdot M_{st}}{b_w d_{t1}^2} \quad (1)$$

gdzie:  $M_{st}$  – moment statyczny, którym obciążono układ  
 $d_{t1}$  – średnica toczna zębniaka  
 $b_w$  – szerokość wspólna kół.

Nominalny wskaźnik jednostkowy uwzględniający przełożenie  $Q_u$  określony jest następująco:

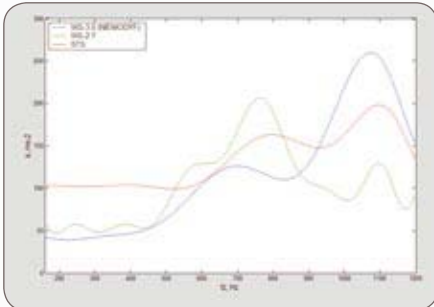
$$Q_u = Q \cdot \left( \frac{1+u}{u} \right) \quad (2)$$

Wartości zadawanego statycznego momentu  $M_{st}$  oraz odpowiadającego mu wskaźnika obciążenia jednostkowego  $Q_u$  podano w tabeli.



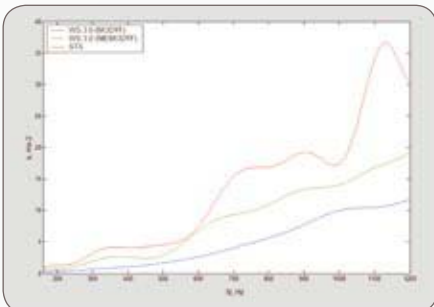
Rys. 5. Przebiegi przyspieszenia drgań skrętnych badanych kół pracujących przy obciążeniu  $Q_0 = 0,36$  MPa

Fig. 5. Function of acceleration of wheel torsional vibrations for load  $Q_0 = 0.36$  MPa



Rys. 6. Przebiegi przyspieszenia drgań skrętnych badanych kół pracujących przy obciążeniu  $Q_0 = 1,78$  MPa

Fig. 6. Function of acceleration of wheel torsional vibrations for load  $Q_0 = 1.78$  MPa



Rys. 7. Przebiegi przyspieszenia drgań korpusu przekładni pracującej przy obciążeniu  $Q_0 = 0,36$  MPa

Fig. 7. Function of acceleration of gearbox vibrations for load  $Q_0 = 0.36$  MPa

Tabela

WARTOŚCI ZADAWANEGO STATYCZNEGO MOMENTU  $M_{st}$ , OBCIĄŻAJĄCEGO BADANE KOŁA ORAZ ZWIĄZANE Z NIM WARTOŚCI WSKAŹNIKA OBCIĄŻENIA JEDNOSTKOWEGO  $Q_0$

Values of torsional moments  $M_{st}$  and load indicator  $Q_0$

Lp.	Moment statyczny $M_{st}$ , Nm	Wskaźnik obciążenia jednostkowego $Q_0$ , MPa
1.	9,81	0,36
2.	19,62	0,72
3.	29,43	1,08
4.	39,24	1,44
5.	49,05	1,78

W badaniach rozpatrywano przebieg obciążenia dynamicznego działającego na uzębienie kół w funkcji częstotliwości zazębienia, który jest parametrem łączącym prędkość obrotową z liczbą zębów, a jednocześnie jest częstotliwo-

ścią wymuszającą drgania układu. Częstotliwość zazębienia oblicza się z zależności:

$$f_z = \frac{n \cdot z_1}{60} = f_n \cdot z_1 \quad (3)$$

Przykładowe przebiegi przyspieszenia drgań skrętnych kół zębatach uzębienia wysokich WS-3.0 i WS-2.7 oraz uzębienia standardowego STS przedstawiono na rysunkach 5. i 6. Jak można zauważyć, w przypadku mniejszego obciążenia,  $Q_0 = 0,36$  MPa (rys. 5.), uzębienia wysokiego, wartości przyspieszenia drgań kół były mniejsze niż w przypadku uzębienia standardowego. Stwierdzenie to dotyczy zarówno uzębienia o całkowitym wskaźniku zazębienia, jak też o wartości niecałkowitej.

Inny charakter przebiegów przyspieszeń drgań można zauważyć na rysunku 6., na którym przedstawiono wyniki uzyskane dla większego zadawanego obciążenia,  $Q_0 = 1,78$  MPa. W przypadku uzębienia – wysokiego WS-3.0 i standardowego zauważa się lokalne ekstrema, podobnie jak w przypadku mniejszego obciążenia, w zakresie częstotliwości zazębienia 1000÷1100 Hz. Maksimum przebiegu przyspieszenia drgań przy uzębieniu wysokim przyjmuje wyższe wartości w porównaniu z uzębieniem standardowym, poza tym zakresem drgania kół są mniejsze w przypadku uzębienia WS-3.0. Odmienny charakter ma przebieg przyspieszenia drgań skrętnych kół zębatach o uzębieniu wysokim WS-2.7. Charakteryzuje się on dwoma lokalnymi ekstremami przy częstotliwościach około 750 i 1100 Hz, które wynikają również z oddziaływań rezonansowych. Wspomniane maksima występują w zakresach odpowiadających trzeciej i czwartej podharmonicznej głównego rezonansu kół. Dość zaskakujący może wydawać się fakt, że wartość maksimum pojawiającego przy niższej częstotliwości zazębienia (tym samym przy niższej prędkości obrotowej) było większe niż występujące przy wyższej częstotliwości. Tłumaczyć to można wpływem przebiegu wypadkowej sztywności zazębienia, który należy traktować jako przyczynę wzbudzeń dynamicznych. Podobne wyniki można znaleźć także w publikacjach innych autorów [8].

Do określenia zmian oddziaływania źródła wzbudzeń, tj. kół zębatach, na drgania korpusu przekładni wybrano uzębienia wysokie WS-3.0 i standardowe STS. Uzębienie wysokie zostało wykonane w dwóch wersjach: jako modyfikowane (wartość modyfikacji 0,35 mm) oraz jako niemodyfikowane.

Przykładowe wyniki tych badań zaprezentowano na rysunku 7., gdzie można zaobserwować, że najniższe wartości przyspieszenia drgań korpusu zmierzono, gdy w przekładni pracowały koła o uzębieniu wysokim modyfikowanym, a najwyższe – koła o uzębieniu standardowym. Wyniki te potwierdzają celowość wprowadzonych zmian konstrukcyjnych uzębienia. Należy także dodać, że w przypadku kół o uzębieniu wysokim zmniejszeniu drgań przekładni towarzyszyło zmniejszenie mierzonego poziomu dźwięku (szczególnie korzystne właściwości akustyczne wykazały koła o uzębieniu wysokim modyfikowanym) [1].

## Podsumowanie

W artykule omówiono zagadnienie konstrukcyjnego zmniejszania drgań przekładni zębatach, co z uwagi na złożoność układu nie jest prostym zadaniem. Wytworzenie przekładni o zmniejszonej emisji drgań wymaga dużego wysiłku konstrukcyjnego, technologicznego, a także odpowiedniej eksploatacji. Należy mieć świadomość, że obecny stan zaawansowania technologicznego produkcji urządzeń napędowych jest bardzo wysoki i jakkolwiek poprawa stanu wibroakustycznego tych urządzeń wymaga metod dotychczas powszechnie niestosowanych. Jedną z nich jest zastosowanie kół zębatach o niestandardowych parametrach geometrii uzębienia, które umożliwiają uzyskanie wysokich wartości wskaźnika zazębienia oraz wytworzenie odpowiedniej modyfikacji.

Na podstawie przedstawionych wyników badań przekładni zębatach stwierdzono korzystne ze względu na emisję drgań właściwości uzębienia wysokiego charakteryzującego się całkowitą wartością wskaźnika zazębienia. Wynika to ze zmniejszenia wahań wartości sztywności zazębienia, co jest jedną z głównych przyczyn drgań i hałasu przekładni. Ponadto stwierdzono, że najlepsze wyniki w zwalczaniu powstawania drgań przynosi łączne zastosowanie całkowitego wskaźnika zazębienia i modyfikacji zarysu zębów.

W przypadku rozpatrywania drgań przekładni zębatach powinno się także uwzględnić warunki pracy przekładni, dotyczy to w szczególności stanów rezonansowych. Należy unikać sytuacji, gdy częstotliwość wymuszająca drgania (najczęściej jest to prędkość obrotowa kół) pokrywa się z częstotliwością drgań własnych lub z jej podharmonicznymi.

## PIŚMIENICTWO

- [1] A. Wieczorek *Metody zmniejszania hałasu przekładni zębatach – zmiana wskaźnika zazębienia*. „Bezpieczeństwo Pracy” 11(446)2008
- [2] W. Bartelmus *Gearbox dynamic modeling*. „Journal of Theoretical and Applied Mechanics” Vol. 39, 4/2001
- [3] Z. Dąbrowski, S. Radkowski, A. Wilk *Dynamika przekładni zębatach. Badania i symulacja w projektowaniu eksploatacyjnie zorientowanym*. ITE, Radom 2000
- [4] M. Weck *Moderne Leistunggetriebe*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo 1995
- [5] S. Lachenmaier *Auslegung von evolventischen Sonderverzahnungen von schwingungs- und geräuscharmen Lauf von Getrieben*. VDI-Forschungsberichte Reihe 11, Nr 54; Düsseldorf 1983. Praca doktorska RWTH Aachen
- [6] R. Müller *Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben*. Praca doktorska TU München, 1990
- [7] Z. Jaśkiewicz, A. Wąsiewski *Przekładnie walcowe*. t. II, Wyd. Komunikacji i Łączności 1995
- [8] L. Müller *Przekładnie zębate – dynamika*. WNT, Warszawa 1986
- [9] B. Łazarz *Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatach jako podstawa projektowania*. Praca habilitacyjna. Biblioteka Problemów Eksploatacji, Katowice – Radom 2001
- [10] L. Müller *Przekładnie zębate – badania*. WN-T, Warszawa 1984
- [11] A. Skoć *Dynamika przekładni zębatach stożkowych maszyn górniczych*. Praca habilitacyjna. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, „Górnictwo” nr 226, Gliwice 1996
- [12] A. Wieczorek *Wpływ wysokości uzębienia na międzyzębne siły dynamiczne w przekładniach*. Praca doktorska, Gliwice 2007